

**PROSES DAN JENIS KESUKARAN PEMBENTUKAN IMEJ KONSEP
GRAF FUNGSI YANG MELIBATKAN PERINGKAT PEMBEZAAN
MELALUI PENGGUNAAN KALKULATOR GRAFIK**

oleh

RAJA LAILATUL ZURAIDA BT RAJA MAAMOR SHAH

**Tesis yang diserahkan untuk
memenuhi keperluan bagi
Ijazah Doktor Falsafah**

Jun 2016

**PROSES DAN JENIS KESUKARAN PEMBENTUKAN IMEJ KONSEP
GRAF FUNGSI YANG MELIBATKAN PERINGKAT PEMBEZAAN
MELALUI PENGGUNAAN KALKULATOR GRAFIK**

RAJA LAILATUL ZURAIDA BT RAJA MAAMOR SHAH

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

2016

PENGHARGAAN

Terlebih dahulu saya bersyukur ke hadrat Illahi kerana atas limpah dan rahmatNya yang berterusan membolehkan saya menyiapkan tesis ini dengan jayanya. Saya juga ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan dan ucapan terima kasih yang tidak terhingga kepada penyelia saya, Profesor Dr Munirah Ghazali atas bimbingan, dorongan, nasihat dan sokongan moral beliau yang berterusan tanpa mengira penat dan jemu. Kepada Dr Shafia Abdul Rahman saya ucapkan jutaan terima kasih atas segala buah fikiran yang telah diberikan.

Saya juga terhutang budi kepada Dekan Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan, Prof. Dato' Dr Abdul Rashid Mohamed, Timbalan Dekan (Penyelidikan) Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan, Prof Madya, Dr Abdul Rashid Mohamad, pensyarah dan staf sokongan Pusat Pengajian Ilmu Pendidikan, Universiti Sains Malaysia di atas sokongan dan bantuan yang diberikan. Tidak dilupakan ribuan terima kasih juga saya tujukan kepada Dekan Fakulti Sains dan Matematik, Prof Madya Dr Zulkifley b Mohamed, dan rakan-rakan di Universiti Pendidikan Sultan Idris yang banyak membantu saya dari segi masa dan tenaga dalam proses menyiapkan tesis saya tempohari.

Akhir sekali, jutaan terima kasih diucapkan kepada suami tercinta, Mohd Azam Omar, ayahanda Raja Maamor Shah Raja Ahmad, anak-anak dan ahli keluarga yang lain, yang banyak berkorban dengan penuh kesabaran di samping tidak putus-putus berdoa akan kejayaan saya. Saya berdoa agar mereka dan semua pihak yang terlibat secara langsung dan tidak langsung mendapat keberkatan dan ganjaran yang tinggi dari Allah s.w.t.

KANDUNGAN

	MUKA SURAT
PENGHARGAAN	ii
KANDUNGAN	iii
SENARAI JADUAL	x
SENARAI RAJAH	xi
ABSTRAK	xiv
ABSTRACT	xvi
BAB 1 PENGENALAN	
1.1 Latar belakang Kajian	1
1.2 Pernyataan Masalah	2
1.3 Objektif Kajian	7
1.4 Soalan Kajian	8
1.5 Kepentingan Kajian	9
1.6 Batasan Kajian	11
1.7 Definisi Operasional	12
1.8 Rumusan	14

BAB 2 TINJAUAN LITERATUR

2.1	Pengenalan	16
2.2	Definisi Konsep, Imej Konsep dan Faktor Percanggahan	16
2.2.1	Definisi Konsep dan Imej Konsep	17
2.2.2	Imej Konsep Koheren	18
2.2.3	Faktor Percanggahan	19
2.2.4	Cara Mengatasi Faktor Percanggahan	21
2.3	Teori Berkaitan Pembentukan Imej Konsep	23
2.3.1	Pengabstrakan Reflektif	23
2.3.2	Prosedur, Proses dan Procept	25
2.3.3	Teori APOS	26
2.4	Kerangka Teori Kajian	27
2.5	Pembentukan Imej Konsep Matematik Yang Melibatkan Perwakilan Dalam dan Luar	29
2.5.1	Perwakilan Dalam dan Luar	29
2.5.2	Perhubungan dan Interaksi Di antara Perwakilan Dalam dan Luar	31
2.5.3	Konsep Perwakilan Pelbagai	33
2.6	Ciri-ciri Kalkulator Grafik (CAS)	34
2.6.1	Perwakilan Pelbagai Pada Kalkulator Grafik	34
2.6.2	Translasi Antara Perwakilan Berbeza dan Dalam Perwakilan yang Sama	36
2.6.3	Satu Atau Lebih Perwakilan Pada Satu Skrin Pada Satu	39

	Masa Yang Sama	
2.6.4	Aktiviti Penerokaan dan Penyiasatan	39
2.6.5	Visualisasi	41
2.6.6	Manipulasi dengan Menggunakan Kalkulator Grafik	42
2.7	Kerangka Konsep Kajian	44
2.8	Bentuk Perwakilan Yang Berkaitan dengan Pembezaan	46
2.9	Rumusan	46
 BAB 3 METODOLOGI KAJIAN		
3.1	Pengenalan	48
3.2	Rekabentuk Kajian	48
3.3	Sampel Kajian	50
3.4	Instrumen Kajian	55
3.4.1	Soalan Bertulis Untuk Pemilihan Sampel	55
3.4.2	Soalan Kemahiran Menggunakan Kalkulator Grafik Model TI-84Plus dan Voyage 200	55
3.4.3	Soalan Bertulis Temu bual Tidak Berstruktur	56
3.4.4	Kalkulator Grafik Model TI-84Plus, dan Voyage 200 Serta Peralatan Rakaman	57
3.5	Prosedur Kajian	58
3.5.1	Pentadbiran Ujian Bertulis	58
3.5.2	Pentadbiran Sesi Menjawab Soalan Kemahiran Kalkulator Grafik Model TI-84Plus	59

3.5.3	Sesi Latihan Kemahiran dan Pentadbiran Ujian Kemahiran	60
	Kalkulator Grafik Model Voyage 200	
3.5. 4	Sesi Temu Bual Tidak Berstruktur	61
3.5.5	Pengelolaan Temu bual	64
3.5.6	Kredibiliti Kajian	65
3.6	Etika Menjalankan Kajian	67
3.7	Kajian Rintis	67
3.8	Analisis Data	69
3.8.1	Analisis Data Sebelum Aktiviti dengan Kalkulator Grafik	69
3.8.2	Analisis Data Selepas Aktiviti dengan Kalkulator Grafik	70
3.9	Rumusan	74
BAB 4 ANALISIS DATA DAN DAPATAN KAJIAN		
4.1	Pengenalan	76
4.2	Proses Pembentukan Imej Konsep Keenam-enam Terma Dengan Menggunakan Kalkulator Grafik	78
4.2.1	Proses Pembentukan Imej Konsep Titik Minimum dan Maksimum	79
4.2.1.1	Analisis Proses Pembentukan Imej Konsep Titik Minimum dan Maksimum	105
4.2.2	Proses Pembentukan Imej Konsep Fungsi Menokok dan Menyusut	118
4.2.2.1	Analisis Proses Pembentukan Imej Konsep Fungsi Menokok dan Menyusut	144

4.2.3	Proses Pembentukan Imej Konsep Cekung Ke Atas dan Ke Bawah	150
4.2.3.1	Analisis Proses Pembentukan Imej Konsep Cekung Ke Atas dan Ke Bawah	175
4.3	Jenis Kesukaran Membentuk Imej Konsep Keenam-enam Terma Yang Berpadanan Dengan Definisi Konsep	189
4.3.1	Jenis Kesukaran Membentuk Imej Konsep Titik Minimum dan Maksimum Yang Berpadanan Dengan Definisi Konsep	190
4.3.2	Jenis Kesukaran Membentuk Imej Konsep Fungsi Menokok dan Menyusut Yang Berpadanan Dengan Definisi Konsep	204
4.3.3	Jenis Kesukaran Membentuk Imej Konsep Cekung Ke atas dan Ke bawah Yang Berpadanan Dengan Definisi Konsep	215
4.4	Bentuk Kombinasi Perwakilan Kalkulator Grafik yang Sering Digunakan	227
4.5	Rumusan	251
 BAB 5 KESIMPULAN DAN CADANGAN		
5.1	Pengenalan	253
5.2	Gambaran Keseluruhan Kajian	253
5.3	Rumusan Dapatan Kajian	255
5.3.1	Proses Pembentukan Imej Konsep	255
5.3.1.1	Proses Pembentukan Imej Konsep Titik Minimum dan Maksimum	255

5.3.1.2	Proses Pembentukan Imej Konsep Fungsi Menokok dan Menyusut	256
5.3.1.3	Proses Pembentukan Imej Konsep Cekung Ke atas dan Ke bawah	257
5.3.1.4	Rumusan Proses Pembentukan Imej Konsep	258
(a)	Melibatkan Empat Aktiviti Dengan Urutan Sama	258
(b)	Fasa Aplikasi Definisi Konsep Yang Tidak Melibatkan Peringkat Pembezaan dan Fasa Proses Pembentukan Imej Konsep Yang Melibatkan Peringkat Pembezaan	259
(c)	Penggunaan Graf Fungsi Kubik dan Kuadratik	260
(d)	Tidak Tahu Selang Yang Sepatutnya Dipertimbangkan	261
5.3.2	Jenis Kesukaran Membentuk Imej Konsep Yang Berpadanan Dengan Definisi Konsep	261
(a)	Tidak Faham Soalan dan Definisi Pembezaan Peringkat Pertama	264
(b)	Mencari Kecerunan Pada Titik Minimum dan Maksimum Sahaja	265
(c)	Mengaitkan Pembezaan Peringkat Pertama Sahaja Dengan Cekung Ke atas dan Ke bawah	266
(d)	Tidak Kaitkan Perubahan Kecerunan Sebagai Pembezaan Peringkat Kedua	266
(e)	Peringkat Pembezaan Tidak Dikaitkan Dengan Terma Sebenar	267

	(f) Tidak Menterjemahkan Bahasa Lisan ke Ayat Matematik	268
5.3.3	Bentuk Kombinasi Perwakilan Yang Sering Digunakan	270
5.4	Implikasi Kajian	273
5.4.1	Implikasi Ke Atas Pengajaran dan Pembelajaran	273
5.4.2	Implikasi Lajian Lanjutan	276
5.5	Penutup	279
RUJUKAN		286
Glosari		
Lampiran A	Soalan bertulis untuk pemilihan sampel	
Lampiran B	Soalan ujian kemahiran kalkulator grafik model TI-84Plus	
Lampiran C	Soalan ujian kemahiran kalkulator grafik model Voyage 200	
Lampiran D	Soalan bertulis temu bual tidak berstruktur	
Lampiran E	Soalan temu bual tidak berstruktur	
Lampiran F	Objektif bagi setiap item ujian kemahiran kalkulator grafik model TI-84Plus	
Lampiran G	Objektif bagi setiap item ujian kemahiran kalkulator grafik model Voyage 200	
Lampiran H	Borang persetujuan dan kebenaran peserta kajian	
Lampiran I	Pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum	
Lampiran J	Pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut	
Lampiran K	Pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah	
Lampiran L	Modul Pembezaan Dalam Melakarkan Graf Fungsi dengan Menggunakan Kalkulator Grafik	

SENARAI JADUAL

		Muka surat
Jadual 4.1	Imej konsep titik minimum dan maksimum peserta	191
Jadual 4.2	Jenis kesukaran membentuk imej konsep titik minimum dan maksimum yang berpadanan dengan definisi konsep	192
Jadual 4.3	Imej konsep fungsi menokok dan menyusut peserta	205
Jadual 4.4	Jenis kesukaran membentuk imej konsep fungsi menokok dan menyusut yang berpadanan dengan definisi konsep	206
Jadual 4.5	Imej konsep cekung ke atas dan ke bawah peserta	216
Jadual 4.6	Jenis kesukaran membentuk imej konsep cekung ke atas dan ke bawah yang berpadanan dengan definisi konsep	217
Jadual 4.7	Bentuk perwakilan yang digunakan bagi pembentukan imej konsep terma	228
Jadual 5.1	Bentuk perwakilan dan peringkat pembezaan bagi pembentukan imej konsep terma	271

SENARAI RAJAH

		Muka surat
Rajah 2.1	Kerangka Teori Kajian	27
Rajah 2.2	Hubungan dan interaksi di antara perwakilan dalaman dan luaran	32
Rajah 2.3	Contoh perwakilan simbolik, grafik dan numerik pada kalkulator grafik	34
Rajah 2.4	Translasi perwakilan simbolik dan grafik	36
Rajah 2.5	Translasi antara perwakilan dan dalam perwakilan yang sama	37
Rajah 2.6	Tranlasi dalam perwakilan yang sama	38
Rajah 2.7	Kerangka Konsep Kajian	44
Rajah 3.1	Carta alir proses pemilihan sampel kajian	54
Rajah 3.2	Carta alir prosedur kajian	58
Rajah 3.3	Perwakilan simbolik	59
Rajah 3.4	Perwakilan grafik	60
Rajah 3.5	Perwakilan numerik	60
Rajah 3.6	Pelan bilik untuk sesi temu bual	65
Rajah 3.7	Carta alir analisis data	69
Rajah 4.1	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum Salleh	80
Rajah 4.2	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum Fatimah	84
Rajah 4.3	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum Aini	87
Rajah 4.4	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum Siti	91
Rajah 4.5	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum Azlin	97
Rajah 4.6	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik minimum dan maksimum Zaharah	101
Rajah 4.7	Carta alir proses pembentukan imej konsep titik	116

	minimum dan maksimum yang melibatkan peringkat pembezaan dengan kalkulator grafik secara umum	
Rajah 4.8	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut Salleh	119
Rajah 4.9	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut Fatimah	122
Rajah 4.10	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut Aini	127
Rajah 4.11	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut Siti	130
Rajah 4.12	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut Azlin	135
Rajah 4.13	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut Zaharah	140
Rajah 4.14	Carta alir proses pembentukan imej konsep fungsi menokok dan menyusut yang melibatkan peringkat pembezaan dengan kalkulator grafik secara umum	149
Rajah 4.15	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah Salleh	151
Rajah 4.16	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah Fatimah	154
Rajah 4.17	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah Aini	157
Rajah 4.18	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah Siti	162
Rajah 4.19	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah Azlin	168
Rajah 4.20	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah Zaharah	172
Rajah 4.21	Carta alir proses pembentukan imej konsep cekung ke atas dan ke bawah dengan kalkulator grafik secara umum	189
Rajah 5.1	Carta alir proses pembentukan imej konsep enam terma menggunakan kalkulator grafik	274

PROSES DAN JENIS KESUKARAN PEMBENTUKAN IMEJ KONSEP GRAF FUNGSI YANG MELIBATKAN PERINGKAT PEMBEZAAN MELALUI PENGGUNAAN KALKULATOR GRAFIK

ABSTRAK

Tujuan kajian ini dijalankan adalah untuk mengkaji proses yang dilakukan, jenis kesukaran yang dihadapi dan bentuk kombinasi perwakilan yang sering digunakan pelajar apabila menggunakan kalkulator grafik dalam membentuk imej konsep peringkat pembezaan yang berkaitan dengan graf fungsi terhadap titik minimum, titik maksimum, fungsi menokok, fungsi menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah. Sampel kajian terdiri daripada enam orang pelajar semester 2 di bawah Program Ijazah Sarjana Muda Matematik dengan Pendidikan. Kajian ini menggunakan pendekatan kualitatif yang melibatkan temu bual tidak berstruktur. Satu carta alir proses pembentukan imej konsep, jenis kesukaran yang dihadapi dan bentuk perwakilan yang digunakan oleh setiap peserta bagi setiap terma telah dibina. Kajian mendapati aktiviti yang dilakukan dalam proses pembentukan imej konsep titik minimum, titik maksimum, fungsi menokok, fungsi menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan dengan menggunakan kalkulator grafik bermula dengan melukiskan graf fungsi yang sesuai, menentukan kedudukan titik minimum dan maksimum atau bentuk/bahagian menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah pada graf tersebut, mengaitkan terma dengan peringkat pembezaan dan menentukan perkaitan antara terma dengan peringkat pembezaan. Untuk menentukan kedudukan titik minimum dan maksimum, dan bentuk/bahagian menokok, menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah pada graf, peserta mengaplikasi definisi konsep yang tidak melibatkan peringkat pembezaan. Urutan keempat-empat aktiviti adalah sama bagi setiap terma dan bagi setiap peserta.

Perkaitan yang diberikan dibandingkan dengan definisi konsep yang melibatkan peringkat pembezaan. Tiada seorang peserta pun yang dapat membentuk imej konsep titik minimum, titik maksimum, fungsi menaik, fungsi menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah yang berpadanan dengan definisi konsep yang melibatkan peringkat pembezaan. Di antara jenis kesukaran utama yang dihadapi dalam membentuk imej konsep yang berpadanan dengan definisi konsep yang melibatkan peringkat pembezaan ialah peserta tidak dapat menterjemahkan kecerunan, pembezaan peringkat kedua dan perubahan kecerunan ke bentuk ayat/symbol matematik dan perkaitan yang dilakukan bagi suatu terma merupakan pembentukan imej konsep terma yang lain. Bentuk kombinasi perwakilan yang sering digunakan dalam membentuk imej konsep keenam-enam terma yang melibatkan peringkat pembezaan pula ialah perwakilan grafik dan simbolik. Peserta menggunakan perwakilan simbolik untuk menyemak dan menentusahkan perkaitan antara terma dengan pembezaan peringkat pertama yang diperolehi dengan menggunakan perwakilan grafik adalah sama. Bagi mengaitkan terma dengan pembezaan peringkat kedua, peserta menggunakan perwakilan simbolik.

THE PROCESS AND TYPES OF DIFFICULTIES IN CONSTRUCTING CONCEPT IMAGE OF GRAPH FUNCTION THAT INVOLVE DERIVATIVE ORDER THROUGH GRAPHING CALCULATOR USAGE

ABSTRACT

The purpose of this research is to study the process students experienced, the type of difficulties encountered and the forms of combination of representatives that have always been used when using graphing calculator in constructing concept image of derivative order that relates to graph function towards minimum point, maximum point, increasing function, decreasing function, concave up and concave down. Research sampling is made up of six (6) second semester students under the Bachelor of Science in Mathematics with Education Program. This research uses qualitative approach which involves unstructured interview. A flow chart the process of constructing concept image, the type of difficulties encountered and the form of combination of representatives that have always been used by every participant for each term has been developed. Research found that the activities that occur in the process of constructing the concept image of minimum point, maximum point, increasing function, decreasing function, concave up and concave down that involves derivative order using graphing calculator starts with drawing a suitable graph function, determining the minimum and maximum points position or the shape/section of increasing, decreasing, concave up and concave down, relating the term with derivative(s) order and determining the relation between the term and derivative(s) order. To determine the minimum and maximum points position or the shape/section of increasing, decreasing, concave up and concave down, participants apply the concept definition that do not involve derivative order. The sequence of

these four activities is same for each of the terms and for each participant. The relation obtained was compared to the concept definition that involves derivative order. None of the participants manage to construct correctly the concept image of minimum point, maximum point, increasing function, decreasing function, concave up and concave down that associate with the concept definition involving derivative order. Among the major types of difficulties encountered in constructing the concept image that associate with concept definition that involves derivative order are such that participants cannot interpret the slope, the second derivative and the changes of the slopes into mathematical symbols and the relation that they did for one term is the construction of concept image of other term. The forms of combination of representatives that has been used in constructing the six terms concept image that involve derivative order are the graphical and symbolic representations. Participants used symbolic representation to check and verify the relation between the term and first derivative obtained by using graphical representation is the same. To relate the term with second derivative, participants used symbolic representation.

BAB 1

PENGENALAN

1.1 Latar belakang Kajian

Pada tahun 1980 Vinner dan Hershkowitz telah memperkenalkan istilah imej konsep. Menurut Vinner dan Dreyfus (1989), imej konsep adalah set bagi kesemua gambaran mental bagi sesuatu konsep yang terdapat dalam minda seseorang berserta dengan sifat-sifat dan proses yang mencirikan gambaran mental tersebut. Gambaran tersebut boleh jadi dalam sebarang bentuk: graf, gambarajah, simbol atau ia mungkin merupakan himpunan hasil daripada pengalaman dengan contoh dan bukan contoh bagi konsep tersebut. Definisi konsep pula adalah definisi formal bagi sesuatu konsep matematik. Ia mungkin definisi yang dipelajari atau mungkin pembentukan semula definisi oleh pelajar. Definisi konsep ini adalah dalam bentuk ayat yang pelajar gunakan untuk menerangkan konsep tersebut (Tall & Vinner, 1981).

Daripada perspektif penyelidik, definisi konsep dan imej konsep adalah dua perkataan yang saling berkait di antara satu sama lain. Definisi konsep adalah definisi formal yang diterbitkan oleh ahli matematik bagi menerangkan sesuatu konsep dan ia diguna pakai di seluruh dunia. Manakala imej konsep pula merupakan imej atau gambaran mental yang dibentuk oleh pelajar sendiri di dalam mindanya berdasarkan kefahamannya tentang sesuatu definisi konsep. Oleh itu definisi konsep dan imej

konsep yang dibentuk mestilah berpadanan di antara satu sama lain. Tetapi pada kebiasaannya imej konsep yang dibentuk tidak berpadanan dengan definisi konsep dan imej konsep yang dibentuk oleh seorang pelajar berbeza di antara satu sama lain.

1.2 Pernyataan Masalah

Kalkulus Permulaan merupakan satu kursus teras yang wajib diikuti oleh pelajar semester 1 di institusi pengajian tinggi. Dalam kursus ini pelajar diperkenalkan dengan konsep had, keselajaran, pembezaan dan kamiran dengan satu pembolehubah. Pelajar juga didedahkan dengan pelbagai teknik pembezaan dan kamiran. Kemudian pelajar perlu mengaplikasi konsep pembezaan dan kamiran yang telah dipelajari dalam menyelesaikan masalah situasi sebenar.

Di antara topik yang diajar di dalam kursus ini adalah Pembezaan Sebagai Satu Fungsi dan Pembezaan Dalam Melakarkan Graf dan Aplikasinya. Di bawah topik Pembezaan Sebagai Satu Fungsi pelajar ditunjukkan bagaimana takrif Pembezaan diterbitkan dan menginterpretasikan Pembezaan sebagai kecerunan garis tangen dan sebagai kadar perubahan. Pembezaan peringkat kedua juga telah diperkenalkan kepada mereka. Pembezaan peringkat kedua, $f''(x)$, adalah kecerunan bagi $y = f'(x)$ pada titik $(x, f'(x))$ yakni ianya adalah kadar perubahan kecerunan bagi lengkung asal $y = f(x)$. Atau secara umumnya pembezaan peringkat kedua dapat diinterpretasikan sebagai kadar perubahan bagi kadar perubahan. Di bawah Pembezaan Dalam Melakarkan Graf dan Aplikasinya pula pelajar ditunjukkan dan diterangkan perkaitan antara peringkat pembezaan dengan titik genting, titik minimum dan maksimum, titik lengkokbalas, fungsi menokok dan menyusut serta

cekung ke atas dan ke bawah. Perkaitan antara peringkat pembezaan dengan titik genting, titik minimum dan maksimum, titik lengkokbalas, fungsi menokok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah penting dalam mengaplikasikannya dalam lakaran graf. Oleh itu titik genting, titik minimum dan maksimum, titik lengkokbalas, fungsi menokok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah merupakan komponen penting dalam melakarkan sesuatu graf. Bagi menguji keupayaan pelajar mengaplikasikan perkaitan antara peringkat pembezaan dengan kesemua komponen lakaran graf, pelajar diberikan syarat-syarat yang tertentu seperti di bawah misalnya:

Sketch a graph of a function h that satisfies the following conditions:

h is continuous;

$$h(0) = 2, h'(-2) = h'(3) = 0 \text{ and } \lim_{x \rightarrow 0} h'(x) = \infty;$$

$$h'(x) > 0 \text{ when } -4 < x < -2 \text{ and when } -2 < x < 3;$$

$$h'(x) < 0 \text{ when } x < -4 \text{ and when } x > 3;$$

$$h''(x) < 0 \text{ when } x < -4, \text{ when } -4 < x < -2, \text{ and when } 0 < x < 5;$$

$$h''(x) > 0 \text{ when } -2 < x < 0 \text{ and when } x > 5;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \infty \text{ and } \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = -2.$$

Item daripada kajian Baker et al. (2000)

Di antara masalah yang dihadapi oleh pelajar semasa melakarkan graf apabila diberikan syarat-syarat yang tertentu ialah pelajar tidak dapat menterjemahkan ayat

(simbol) matematik atau maklumat yang diberikan dengan betul (Carlson, 1998; Ubuz, 2007), pelajar tidak berupaya mengkoordinasi kesemua syarat yang diberi untuk melakarkan graf fungsi yang berkaitan (Porzio, 1997; Baker, Cooley & Trigueros, 2000; Cooley, Trigueros & Baker, 2007) dan pelajar memberi lebih tumpuan pada syarat yang melibatkan pembezaan peringkat pertama semasa melakarkan graf dan mempunyai kefahaman yang lemah untuk mengaplikasikan syarat yang melibatkan pembezaan peringkat kedua (Asiala, Cottrill, Dubinsky & Schwingerndorf, 1997; Baker et al., 2000; Abbey, 2008). Carlson, Jacobs, Coe, Larson dan Hsu (2002) juga mendapati walaupun pelajar memberikan jawapan yang betul apabila melakarkan graf berdasarkan maklumat pembezaan peringkat pertama dan kedua, pelajar kurang berupaya memberi justifikasi kepada jawapan mereka. Menurut Carlson et al. (2002) lagi, pelajar mengaplikasi prosedur matematik dengan cara menghafal berbanding dengan memahami konsep pembezaan.

Pengalaman penyelidik mengajar kursus Kalkulus Permulaan selama 10 tahun mendapati pelajar juga menghadapi masalah dalam melakarkan graf apabila diberikan syarat-syarat yang tertentu. Ini menunjukkan bahawa pelajar tidak memahami sepenuhnya konsep yang telah diajar di bawah tajuk Pembezaan Dalam Melakarkan Graf dan Aplikasinya. Besar kemungkinan pelajar hanya menghafal nota yang telah diberikan (Tall, 1992). Ini juga memberi gambaran bahawa konsep perkaitan antara peringkat pembezaan dengan titik genting, titik minimum dan maksimum, titik lengkokbalas, fungsi menokok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah yang disampaikan oleh pensyarah dan konsep yang dibentuk di dalam minda pelajar adalah tidak selari (Edwards & Ward, 2004). Sekiranya konsep dan imej bagi konsep yang dibentuk di dalam minda pelajar adalah selari dan tepat, sejajar dengan yang diajar di

dalam bilik kuliah (yang sama dengan definisi konsep yang formal), sudah pasti pelajar dapat menterjemahkan kefahamannya melalui lakaran graf yang betul dan tepat. Kegagalan pelajar melakarkan graf dengan tepat memberi tanggapan bahawa definisi konsep dan imej konsep yang dibentuk oleh pelajar adalah tidak berpadanan.

Beberapa kajian telah dijalankan bagi mengkaji keberkesanan penggunaan teknologi dalam usaha membantu membentuk imej konsep yang berpadanan dengan definisi konsep. Misalnya Tall (1986) telah menggunakan *Manify* program dari perisian *Graphic Calculus* bagi meneroka konsep pembezaan dengan menggunakan *local straightness*. Pelajar dapati dengan memperbesarkan suatu lengkung pada satu titik dengan secukupnya, lengkung tersebut membentuk satu garis lurus. Pada garis lurus tersebut kecerunannya dapat dikira. Hartter (1995) pula mengkaji perhubungan di antara pemahaman pelajar tentang fungsi dan had yang telah mereka pelajari untuk mencari darjah perpadanan dengan definisi pembezaan. Kajian mendapati pelajar memahami bahawa pembezaan merupakan suatu kadar perubahan. Serhan (2006) turut mengkaji sama ada kalkulator grafik dengan perwakilan visualnya dapat membantu pelajar membentuk imej konsep pembezaan pada satu titik. Didapati pelajar dari kumpulan eksperimen mempunyai pemahaman pembezaan yang lebih baik berbanding dengan pelajar dari kumpulan kawalan. Ellison (1993) pula mengkaji perkembangan kognitif imej konsep pembezaan yang terbentuk secara beransur-ansur di dalam persekitaran pengajaran yang dipertingkatkan dengan penggunaan kalkulator grafik TI-81 dan perisian komputer *A Graphic Approach to the Calculus*. Kajian mendapati penggunaan teknologi memberi kesan positif terhadap keupayaan pelajar membentuk imej konsep yang sepadan dengan definisi konsep pembezaan. Herbert dan Pierce (2005) telah menggunakan perisian animasi *JavaMathWorlds*

(MathWorlds) bagi mengkaji imej konsep kadar perubahan bagi suatu pergerakan. Penggunaan perisian ini dapat memberi pengalaman dalam konteks sebenar kepada pelajar bagi membentuk imej konsep kadar perubahan yang betul. Berdasarkan kepada kesemua kajian di atas, didapati bahawa penggunaan teknologi dapat membantu membentuk imej konsep pembezaan.

Selain daripada penggunaan kalkulator grafik dapat membantu membentuk imej konsep pembezaan yang berpadanan dengan definisi konsep (Ellison, 1993; Serhan, 2006), banyak kajian menunjukkan bahawa dengan melakukan aktiviti penerokaan dan penyiasatan dengan kalkulator grafik dalam pembelajaran matematik, pemahaman konsep matematik pelajar dapat dipertingkatkan (Quesada & Maxwell, 1992; Harvey, 1993; Borba, 1996; Hembree & Dessart, 1986; Grouws & Cebulla, 2000; Ellington, 2003). Di samping itu dengan adanya perwakilan pelbagai yang terdiri daripada perwakilan grafik, simbolik dan numerik yang terdapat pada kalkulator grafik CAS (*Computer Algebra System*) membolehkan pelajar menggunakan ketiga-tiga perwakilan dengan bergerak dari satu perwakilan ke perwakilan yang lain atau bergerak dalam perwakilan yang sama semasa melakukan aktiviti penerokaan dan penyiasatan, dapat membantu membentuk pemahaman konsep matematik mereka. Penggunaan perwakilan pelbagai ini dapat mempertingkatkan keupayaan menyelesaikan masalah matematik (Simonsen & Dick, 1997) dan ia amat penting dalam pemahaman konsep pembezaan (Kendal & Stacey, 2000). Menurut Kendal (2001) melalui perwakilan pelbagai konsep pembezaan dapat divisualisasikan kepada pelajar dalam membantu dan memudahkan mereka memahami konsep matematik yang abstrak dengan lebih berkesan. Serhan (2006) mendapati kalkulator grafik dengan perwakilan visualnya dapat membantu pelajar

membentuk imej konsep pembezaan pada satu titik manakala Tall dan West (1986) pula mengatakan bahawa imej visual dapat memperbaiki kefahaman sesuatu konsep matematik. Ferrini-Mundy dan Lauten (1994) juga mendapati jika pelajar menyelesaikan masalah secara visual mereka mempunyai pemahaman yang lebih mendalam berbanding dengan penyelesaian dalam mod analitik.

Oleh itu apabila pelajar diberikan kalkulator grafik bagi melakukan aktiviti penerokaan dan penyiasatan dalam membentuk imej konsep titik minimum dan maksimum, fungsi menokok dan menyusut, serta cekung ke atas dan ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan, apakah proses yang dilakukan pelajar dalam membentuk imej konsep keenam-enam terma tersebut? Adakah imej konsep yang dibentuk berpadanan dengan definisi konsep yang melibatkan peringkat pembezaan? Sekiranya imej konsep setiap terma tidak berpadanan dengan definisi konsep, apakah jenis kesukaran yang pelajar hadapi dalam membentuk imej konsep yang berpadanan dengan definisi konsep? Bentuk perwakilan pada kalkulator grafik yang sering digunakan oleh pelajar dalam membentuk imej konsep keenam-enam terma juga menarik perhatian penyelidik untuk mengkajinya.

1.3 Objektif Kajian

Objektif kajian ini adalah untuk mengkaji:

- (a) proses yang dilakukan pelajar dalam membentuk imej konsep titik minimum dan maksimum, fungsi menokok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan dengan menggunakan kalkulator grafik

- (b) jenis kesukaran yang dihadapi oleh pelajar dalam membentuk imej konsep yang berpadanan dengan definisi konsep titik minimum dan maksimum, fungsi menokok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan dengan menggunakan kalkulator grafik dan
- (c) bentuk kombinasi perwakilan yang sering digunakan pelajar dalam membentuk imej konsep titik minimum dan maksimum, fungsi menokok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan dengan menggunakan kalkulator grafik.

1.4 Soalan Kajian

1. Apakah proses yang dilakukan pelajar apabila menggunakan kalkulator grafik dalam membentuk imej konsep peringkat pembezaan yang berkaitan dengan graf fungsi terhadap:
 - i. titik minimum
 - ii. titik maksimum
 - iii. fungsi menokok
 - iv. fungsi menyusut
 - v. cekung ke atas dan
 - vi. cekung ke bawah?
2. Apakah jenis kesukaran yang dihadapi pelajar dalam membentuk imej konsep tentang graf fungsi yang berpadanan dengan definisi konsep yang melibatkan peringkat pembezaan dengan menggunakan kalkulator grafik?

3. Apakah bentuk kombinasi perwakilan pada kalkulator grafik yang sering digunakan pelajar dalam membentuk imej konsep tentang graf fungsi yang melibatkan peringkat pembezaan?

1.5 Kepentingan Kajian

Kajian ini menghuraikan proses yang dilakukan oleh pelajar dengan menggunakan kalkulator grafik dalam membentuk imej konsep titik minimum dan maksimum, fungsi menokok dan menyusut, serta cekung ke atas dan ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan. Sekiranya imej konsep yang dibentuk berpadanan dengan definisi konsep, proses yang dilakukan dan bentuk perwakilan pada kalkulator grafik yang digunakan semasa melakukan aktiviti penerokaan dan penyiasatan dapat dikenalpasti. Sebaliknya bagi pelajar yang tidak dapat membentuk imej konsep yang berpadanan dengan definisi konsep, jenis kesukaran yang dikenali sebagai faktor percanggahan yang dihadapi oleh pelajar dalam membentuk imej konsep juga dapat dikenalpasti.

Kajian ini juga secara tidak langsung mendedahkan bagaimana kalkulator grafik sebagai alat teknologi sekiranya diintegrasikan dalam pengajaran dan pembelajaran dapat digunakan dalam membantu pelajar memahami sesuatu konsep matematik yang dipelajari dengan tepat. Keupayaan konsep perwakilan pelbagai yang terdiri daripada perwakilan grafik, numerik dan simbolik pada kalkulator grafik dapat digunakan untuk mempertingkatkan pemahaman konsep Pembezaan (Kendal & Stacey, 2000). Pelajar dapat memahami sesuatu konsep matematik dengan melakukan

penerokaan dan penyiasatan dengan menggunakan satu atau lebih daripada satu perwakilan. Mereka boleh melakukan translasi di antara perwakilan yang berbeza atau dalam perwakilan yang sama (Kaput, 1992). Bentuk perwakilan yang digunakan pelajar membolehkan penggubal kurikulum dan tenaga pengajar mendapat gambaran dan idea bagaimana merancang dan melaksanakan pengajaran dan pembelajaran konsep Pembezaan yang mengintegrasikan alat teknologi dengan berkesan. Segala kelebihan dan kelemahan dalam melaksana dan mengintegrasikan penggunaan kalkulator grafik ke dalam pengajaran dan pembelajaran juga dapat dimanfaatkan dan diperbaiki.

Kepada Kementerian Pendidikan Malaysia pula, kajian ini diharap dapat memberi idea bagaimana subtopik Mencari Titik Minimum dan Maksimum di bawah topik Pembezaan, Matematik Tambahan Tingkatan 4 yang menggunakan kalkulator grafik dapat diaplikasikan. Kepada pensyarah sama ada di institusi pengajian awam mahupun swasta, diharap kajian ini dapat membantu mereka dalam mengajar tajuk Pembezaan Dalam Melakarkan Graf dan Aplikasinya dengan berkesan. Kepada pelajar Semester 1 di bawah Program Ijazah Sarjana Muda Matematik dengan Pendidikan yang bakal menjadi guru di suatu hari kelak, kajian ini diharap dapat membantu mereka mengaplikasikan syarat-syarat yang diberikan dalam bentuk peringkat pembezaan bagi melakarkan sesuatu graf dengan betul. Mereka tidak seharusnya mempelajari sesuatu konsep matematik secara prosedur atau menghafal sahaja tetapi mempelajarinya secara pembelajaran yang bermakna. Pembentukan imej konsep yang berpadanan dengan definisi konsep bagi sesuatu konsep matematik yang dipelajari dalam kalangan bakal guru amat penting bagi menyampaikan pengajaran yang tepat kepada pelajarnya.

Walaupun kajian ini memberi tumpuan khusus kepada satu topik dalam matematik namun dapatan kajian ini dipercayai turut berguna kepada topik yang lain dan dengan menggunakan alat teknologi yang lain. Kajian ini amat berguna dan dipercayai dapat menyumbang kepada pengetahuan dan pendekatan baru dalam dunia pendidikan matematik terutamanya dalam pembelajaran konsep Pembezaan dalam kalangan pelajar.

1.6 Batasan Kajian

Metodologi yang digunakan dalam kajian ini menggunakan kaedah kualitatif yang melibatkan teknik temu bual tidak berstruktur. Semasa menemu bual peserta kajian dan menganalisis protokol lisan dan bukan lisan penyelidik tidak dapat mengelak diri daripada melakukan interpretasi sendiri (Mulhern, 1989). Penyelidik tidak dapat menyelami sepenuhnya apa sebenarnya yang terdapat di dalam fikiran peserta. Oleh itu penyelidik mesti berhati-hati dan teliti dalam menginterpretasi protokol lisan dan bukan lisan tersebut.

Kajian ini melibatkan enam orang pelajar sahaja sebagai peserta kajian. Daripada 22 orang pelajar yang dipilih sebagai peserta kajian pada awalnya, hanya enam orang yang bersetuju untuk menandatangani borang persetujuan dan kebenaran menyertai kajian.

Dalam kajian ini kalkulator grafik model Voyage 200 digunakan untuk melakukan aktiviti penerokaan dan penyiasatan. Peserta hanya belajar dan diberi kemahiran menggunakan kalkulator model tersebut di dalam makmal matematik

sahaja. Mereka tidak dibenarkan membawa pulang ke rumah kalkulator tersebut untuk memahirkannya. Oleh itu peserta yang terlibat dipilih berdasarkan kepada pencapaian yang memuaskan dalam menjawab soalan ujian kemahiran kalkulator grafik model Voyage 200 yang berkaitan dengan tajuk Pembezaan sahaja. Penyelidik beranggapan kesemua kekunci dan fungsi lain yang terdapat pada kalkulator tersebut dikuasai sepenuhnya oleh peserta.

Hasil kajian hanya menggambarkan imej konsep pelajar di semester yang terlibat sahaja. Ia tidak menggambarkan imej konsep pelajar di semester, program dan institusi pengajian yang lain.

1.7 Definisi Operasional

Kalkulator grafik

Kalkulator yang dilengkapi dengan ciri melakar graf fungsi. Apabila sesuatu fungsi ditaipkan, skrin dapat memaparkan bentuk graf fungsi tersebut. Kalkulator grafik juga berupaya membuat pengiraan seperti pengiraan pembezaan dan pengamiran, menyelesaikan persamaan, matriks, nombor kompleks dan rekursi.

Kalkulator grafik (CAS)

Kalkulator grafik yang dilengkapi dengan *Computer Algebra System* (CAS). Kalkulator grafik (CAS) mempunyai keupayaan yang lebih baik berbanding dengan kalkulator grafik biasa. Kalkulator grafik (CAS) bukan sahaja berupaya membuat pengiraan seperti pengiraan pembezaan dan pengamiran, menyelesaikan persamaan, matriks, nombor kompleks dan rekursi malah boleh juga melakukan aktiviti

manipulasi simbolik bagi algebra dan kalkulus seperti pengembangan, pemfaktoran, meringkaskan pernyataan, penggantian pembolehubah, menyelesaikan persamaan, ketaksamaan dan sistem persamaan, pembezaan dan kamiran, mencari jumlah bagi suatu siri dan menilaikan had. Kalkulator (CAS) dilengkapi dengan perwakilan simbolik, grafik dan numerik.

Perwakilan simbolik, grafik dan numerik

Perwakilan simbolik merupakan paparan skrin kalkulator grafik yang melibatkan simbol matematik, perwakilan grafik merupakan paparan skrin kalkulator grafik yang melibatkan graf dan perwakilan numerik merupakan paparan skrin kalkulator grafik yang melibatkan nilai-nilai pada sesebuah jadual.

Translasi

Pergerakan dari satu perwakilan ke perwakilan yang lain.

Graf fungsi

Dalam kajian ini graf fungsi digunakan untuk menunjukkan kedudukan titik minimum dan titik maksimum, bentuk fungsi yang menokok dan menyusut dan bentuk cekung ke atas dan ke bawah untuk dikaitkan dengan peringkat pembezaan. Tiada jenis graf fungsi yang dikhususkan.

Peringkat pembezaan

Peringkat pembezaan yang dimaksudkan dalam kajian ini ialah pembezaan peringkat pertama dan kedua.

Tidak melibatkan peringkat pembezaan

Ia berkaitan dengan kedudukan titik minimum dan maksimum dan bentuk atau bahagian fungsi menonok, fungsi menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah.

Imej konsep

Imej konsep adalah set bagi kesemua gambaran mental bagi sesuatu konsep yang terdapat di dalam minda seseorang berserta dengan sifat-sifat dan proses yang mencirikan gambaran tersebut (Vinner & Dreyfus, 1989). Gambaran tersebut boleh jadi dalam bentuk graf, gambarajah, simbol atau, ia mungkin merupakan kompilasi hasil daripada pengalaman dengan contoh dan bukan contoh bagi konsep tersebut.

Definisi konsep

Definisi formal bagi sesuatu konsep matematik yang diterbitkan oleh ahli matematik bagi menerangkan sesuatu konsep dan ia diguna pakai di seluruh dunia.

Pengajaran secara tradisional

Kaedah pengajaran yang berpusatkan guru dengan pendekatan *chalk and talk* sahaja dan tidak melibatkan sebarang penggunaan alat teknologi dalam pengajaran dan pembelajaran.

1.8 Rumusan

Memahami perkaitan antara peringkat pembezaan dengan titik genting, titik minimum dan maksimum, titik lengkokbalas, fungsi menonok dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah penting dalam mengaplikasikannya dalam lakaran graf.

Pelajar diuji keupayaan mereka mengaplikasikan perkaitan antara peringkat pembezaan dengan kesemua komponen lakaran graf tersebut dengan diberikan syarat-syarat yang tertentu. Kajian Ubuz (2007), Carlson (1998), Baker et al. (2000), Cooley et al. (2007) dan Porzio (1997) mendapati pelajar sukar melakarkan graf apabila diberikan syarat-syarat yang melibatkan peringkat pembezaan. Bahkan pelajar Semester 1 di bawah Program Ijazah Sarjana Muda Matematik dengan Pendidikan juga menghadapi masalah yang sama.

Oleh itu kajian ini mengkaji proses yang dilakukan pelajar apabila diberikan kalkulator grafik bagi membentuk imej konsep titik minimum dan maksimum, fungsi menaik dan menyusut serta cekung ke atas dan ke bawah yang melibatkan peringkat pembezaan. Adakah imej konsep yang dibentuk berpadanan dengan definisi konsep? Sekiranya ia tidak berpadanan, apakah jenis kesukaran yang dihadapi pelajar yang menyebabkan imej konsep terma tidak sepadan? Melalui proses pembentukan imej konsep setiap terma penyelidik dapat mengenalpasti bentuk perwakilan kalkulator grafik yang sering digunakan.

BAB 2

TINJAUAN LITERATUR

2.1 Pengenalan

Bab ini mengandung teori yang mendasari kajian dan tinjauan kajian lepas yang berkaitan dengan kajian ini. Ia menyentuh tentang definisi konsep dan imej konsep, imej konsep koheren dan faktor percanggahan dan cara mengatasi faktor percanggahan. Teori yang diaplikasi dalam proses pembentukan imej konsep Kalkulus Permulaan dan perkaitan antara perwakilan pada kalkulator grafik sebagai perwakilan luaran dengan perwakilan dalaman pelajar dalam pembentukan imej konsep turut dibincangkan.

Seterusnya bab ini juga membincangkan tentang kajian-kajian lepas yang berkaitan dengan ciri-ciri yang terdapat pada kalkulator grafik yang dapat membantu pelajar membentuk imej konsep yang melibatkan pembezaan, jenis kesukaran yang dihadapi pelajar dalam membentuk imej konsep matematik yang berpadanan dengan definisi konsep dan bentuk perwakilan yang sering pelajar gunakan dalam membentuk imej konsep yang melibatkan peringkat pembezaan.

2.2 Definisi Konsep, Imej Konsep dan Faktor Percanggahan

Bahagian ini menyentuh tentang definisi konsep dan imej konsep, imej konsep koheren dan faktor percanggahan dan cara mengatasi faktor percanggahan.

2.2.1 Definisi Konsep dan Imej Konsep

Vinner dan Hershkowitz (1980) telah memperkenalkan istilah definisi konsep dan imej konsep bagi membezakan di antara takrif konsep yang formal dengan kognitif/perwakilan mental individu (Vinner & Herschkowitz, 1983; Tall, 1987; Harel, Selden & Selden, 2006). Definisi konsep merujuk kepada bentuk perkataan atau simbol yang digunakan untuk menyatakan dengan jelas sesuatu konsep (Vinner & Tall, 1981). Definisi konsep yang diberikan mungkin berbentuk peribadi atau formal (Sfard, 1991). Definisi konsep peribadi dicipta apabila individu diminta menerangkan sesuatu konsep. Definisi yang diberikan adalah hasil pengalaman individu dengan konsep tersebut dan ia adalah huraian (sebahagian atau keseluruhan) daripada imej konsep individu tersebut (Vinner, 1991). Takrif formal merujuk kepada definisi konsep yang telah diinstitusikan oleh masyarakat matematik.

Imej konsep menurut Vinner dan Dreyfrus (1989) pula adalah set bagi kesemua gambaran mental bagi sesuatu konsep yang terdapat dalam minda seseorang berserta dengan sifat-sifat dan proses yang mencirikan gambaran mental tersebut. Gambaran tersebut boleh jadi dalam sebarang bentuk: graf, gambarajah, simbol atau ia mungkin merupakan kompilasi hasil daripada pengalaman dengan contoh dan bukan contoh bagi konsep tersebut. Nisa (2006) mentakrifkan imej konsep sebagai keseluruhan set perwakilan dan sifat-sifat sesuatu konsep yang dikuasai individu. Selain daripada itu terdapat huraian dan terma yang lain digunakan kepada perkataan imej konsep. Misalnya imej konsep diberikan juga sebagai versi individu sendiri bagi konsep tersebut (Nardi, Jaworski & Hegedus, 2005) atau dikenali sebagai imej mental

(Thomas, 1999) atau rangka konsep (Davis, 1984) atau model konseptual (Vergnaud, 1983) atau perwakilan mental (Wells, 2009).

2.2.2 Imej Konsep Koheren

Pemahaman yang baik ialah apabila sesuatu konsep berpadanan dengan imej konsep yang koheren. Imej konsep yang koheren merujuk kepada aras pelbagai elemen diatur di dalam imej konsep tersebut. Begitu juga imej konsep yang koheren merujuk kepada struktur pengetahuan berkaitan dengan konsep tertentu diatur secara dalaman (Viholainen, 2008). Menurut Viholainen (2008) aras tinggi bagi imej konsep koheren berpadanan apabila seseorang individu mempunyai pengetahuan yang jelas tentang konsep tersebut. Penerangan dan huraian tentang konsep mesti menunjukkan pemahaman beliau terhadap konsep tersebut. Imej konsep yang koheren tidak mempunyai idea yang bercanggah tentang konsep tersebut. Dengan kata lain elemen-elemen dalam imej konsep tersebut bukan sahaja dihubungkan secara reflektif tetapi ia juga mempunyai definisi yang konsisten tentang konsep tersebut. Imej konsep yang koheren juga tidak mempunyai unsur yang bercanggah dengan sistem aksiomatik matematik yang formal. Selain daripada dihubungkan secara reflektif dan konsisten dengan definisinya, imej konsep memenuhi pengetahuan matematik yang formal.

Dari itu definisi matematik yang formal memainkan peranan yang penting dalam mengesahkan konten matematik. Imej konsep yang koheren mesti menepati definisi formal konsep tersebut. Tetapi kadang kala imej konsep yang dibentuk oleh seseorang pelajar adalah tidak koheren. Ini disebabkan terdapatnya faktor percanggahan yang berlaku semasa proses pembentukan imej konsep tersebut.

2.2.3 Faktor Percanggahan

Dalam proses pembentukan imej konsep pelajar menggunakan pelbagai jenis pengalaman yang bertahun yang telah diperolehinya untuk membina imej tersebut dan imej konsep ini sentiasa berubah-ubah apabila individu matang dan apabila individu sentiasa menerima maklumat baru. Maklumat baru yang dipelajarinya akan diserap dan disesuaikan dengan konsep yang sedia ada (Piaget, 1967). Semasa proses penyerapan-penyesuaian berlaku maklumat yang baru dan maklumat yang telah wujud berinteraksi di antara satu sama lain. Pada masa yang sama perubahan juga akan berlaku pada imej konsep yang sedia ada. Kesukaran yang baru, konsepsi dan miskonsepsi apabila berlaku akan menyebabkan kekeliruan atau percanggahan pada beberapa bahagian imej konsep tersebut. Apabila pelajar cuba menyesuaikan mengikut konsepnya sendiri maka imej konsep tersebut berpotensi mengandungi faktor percanggahan (Cornu, 1991) atau percanggahan kognitif (Mugny & Doise, 1978). Faktor percanggahan berkemungkinan berlaku dalam dua keadaan;

- (a) sebahagian daripada imej konsep atau definisi konsep mungkin bercanggah dengan imej konsep atau definisi konsep bahagian yang lain atau
- (b) imej konsep bercanggah dengan definisi formal konsep itu sendiri (Tall & Vinner, 1981)

dan faktor percanggahan akan berlaku apabila kedua-dua bahagian daripada konsep yang berbeza ini berlaku secara serentak (Tall & Vinner, 1981).

Apabila pelajar diajar definisi konsep yang formal imej definisi konsep yang dibentuk di dalam struktur kognitif mereka mungkin amat lemah (Tall & Vinner, 1981). Ini disebabkan set objek yang dipertimbangkan oleh pelajar sebagai contoh

bagi sesuatu konsep sering kali tidak sama dengan set objek matematik yang ditentukan oleh definisi konsep (Vinner & Dreyfus, 1989). Imej konsep dan definisi konsep yang dibentuknya adalah berbeza dengan definisi konsep yang formal (Tall & Vinner, 1981) dan ia adalah unik antara seorang dengan seorang yang lain.

Selain daripada imej konsep definisi yang dibentuk amat lemah, imej konsep yang tidak betul mungkin dibentuk oleh pelajar semasa proses pembelajaran berlaku. Idea matematik yang dikonsepsi di dalam minda pelajar dan pensyarah adalah tidak sama dan ia berlaku dalam cara yang berbeza (Tall, 1990). Pembentukan imej konsep yang tidak sama ini berlaku apabila konsep seperti had atau pembezaan yang mempunyai definisi yang kompleks dilihat dengan cara yang berbeza (Tall, 1990).

Monk (1992) pula memberikan faktor percanggahan kognitif berlaku disebabkan oleh konsep yang kabur berbanding dengan imej konsep yang tidak betul. Menurut Monk (1992), konsep yang kabur merupakan konsep yang tidak kukuh. Isunya ialah bukan pelajar faham atau tidak faham sesuatu konsep tetapi konsep yang difahami adalah kabur (Monk, 1992). Konsep kabur yang diperbaiki itu pula mungkin digunakan, digabungkan atau bertukar dengan konsep yang lain (Monk, 1992).

Faktor percanggahan kognitif yang lain yang mungkin berlaku adalah disebabkan terma matematik yang digunakan adalah serupa dengan bahasa pertuturan. Misalnya Tall (1990) dapati pelajar menghadapi kesukaran dengan konsep keselantaran. Mereka keliru dengan perkataan *selanjar* yang digunakan dalam pertuturan seharian. Konsep keselantaran dalam matematik secara umumnya dinyatakan sebagai imej bagi suatu graf yang dilukiskan tanpa mengangkat pensil dari

kertas, atau graf tersebut wujud sebagai sekeping atau tidak putus (Tall, 1990). Sedangkan di dalam bahasa pertuturan, *selanjar* bermaksud berlaku tanpa berhenti atau diganggu (Kamus Oxford, 2007). Selain daripada perkataan *selanjar*, terma matematik lain seperti *tangen*, *faktor*, *pemboleh ubah*, *peringkat*, *siri*, *terma*, *jujukan* dan *set* juga digunakan dalam pertuturan seharian (Tall, 1990). Dias (2000) mendapati kekeliruan yang serupa juga berlaku di dalam kajiannya. Beliau membuat kesimpulan bahawa kekeliruan boleh berlaku apabila satu perkataan yang mempunyai maksud yang berbeza digunakan di dalam bahasa pertuturan dan juga dalam matematik. Monaghan (1991) telah mengkaji kesan penggunaan bahasa dalam pengajaran dan pembelajaran konsep had. Monaghan (1991) dalam kajiannya telah memberikan soalan kepada lima puluh empat pelajar di sekolah menengah. Setiap pelajar diberikan item yang sama tetapi item-item tersebut menggunakan empat frasa yang berbeza iaitu *menghampiri*, *mendekati*, *menumpu* dan *had*. Monaghan (1991) mendapati lapan puluh satu peratus pelajar sukar memberikan definisi had secara formal berpunca daripada konflik yang timbul dari segi bahasa pertuturan.

2.2.4 Cara Mengatasi Faktor Percanggahan

Bagi mengatasi faktor percanggahan satu kajian (Tall, 1986) ke atas percanggahan kognitif mencadangkan bahawa dengan memberikan pengalaman yang melibatkan keseimbangan di antara contoh dan bukan contoh yang berkaitan dengan konsep tersebut dapat membantu pelajar memperoleh imej konsep yang koheren dan konsisten dengan definisi konsep. Penglibatan contoh dan bukan contoh ini telah disyorkan oleh Tall (1986) di dalam organizer generiknya. Beliau mentakrifkan organizer generik sebagai persekitaran atau dunia-mikro yang membolehkan pelajar memanipulasi contoh dan (jika mungkin) bukan contoh bagi konsep matematik yang

spesifik atau sistem konsep yang berkaitan. Tujuan organizer generik ini adalah untuk membantu pelajar memperoleh pengalaman bagi membentuk struktur kognitif konsep matematik yang dipelajarinya terutamanya dalam membina pemahaman konsep yang lebih abstrak. Penglibatan bukan contoh amat penting terutamanya yang melibatkan konsep peringkat yang lebih kompleks seperti penumpuan, keselajaran atau pembezaan, di mana definisi konsepnya rumit sehinggakan pelajar menghadapi kesukaran dalam memahaminya. Penglibatan contoh dan bukan contoh dalam memberi pengalaman (von Glaserfeld, 1987; Brooks, 2004) kepada pelajar dapat diwujudkan dalam suasana penemuan secara aktif. Suasana pembelajaran yang sedemikian juga bersesuaian dengan pandangan konstruktivisme sosial yang melihat pembelajaran sebagai satu proses yang aktif di mana pelajar perlu belajar melalui penemuan prinsip, konsep dan fakta-fakta di samping melakukan agakan dan pemikiran intuitif (Brown, Collins & Duguid 1989; Ackerman, 1996). Di samping itu Tall (1990) juga menyarankan penggunaan perisian komputer untuk membolehkan pelajar memvisualisasi contoh dan bukan contoh sesuatu konsep bagi membina pemahaman yang lebih mendalam.

Berdasarkan saranan Tall (1990) di atas, kajian ini menggunakan kalkulator grafik (CAS) dalam aktiviti penerokaan dan penyiasatan untuk memberi dan membina pengalaman yang baru kepada pelajar dalam membentuk maklumat yang baru agar ia dapat diserap dan diubahsuai dengan konsep yang sedia ada. Pelajar akan membina dan memanipulasi contoh dan bukan contoh mereka sendiri dalam membentuk imej konsep tentang titik minimum, titik maksimum, fungsi menaik, fungsi menyusut, cekung ke atas dan cekung ke bawah agar ia berpadanan dengan definisi konsep yang melibatkan peringkat pembezaan. Ini secara tidak langsung membantu mereka

membina pemahaman konsep keenam-enam terma. Bagi memahami pembentukan imej konsep tersebut teori pembelajaran yang berikut dan interaksi di antara perwakilan dalaman dan luaran diaplikasikan bagi memahami fenomena yang diperhatikan pada aktiviti penerokaan dan penyiasatan yang dilakukan dengan kalkulator grafik oleh pelajar.

2.3 Teori Berkaitan Pembentukan Imej Konsep

Bahagian ini pula menyentuh tentang dua teori yang terlibat dalam proses pembentukan imej konsep kajian ini iaitu teori APOS (*action, process, object, and schema*) oleh Dubinsky (1991) dan prosedur, proses, procept oleh Gray dan Tall (1994). Kedua-dua teori ini adalah hasil daripada idea Piaget yang berkaitan dengan teori perangkuman proses-objek dari Pengabstrakan Reflektif.

2.3.1 Pengabstrakan Reflektif

Epistemologi Piaget mengemukakan teori asas untuk memahami bagaimana pengetahuan dibentuk. Piaget (1980) telah mengutarakan proses bagi Pengabstrakan Reflektif sebagai kunci kepada pembentukan kognitif bagi sesuatu konsep matematik. Pengabstrakan Reflektif merujuk kepada proses kognitif di mana tindakan fizikal atau mental dibentuk dan disusun semula pada tahap pemikiran yang lebih tinggi untuk memudahkan pelajar memahami sesuatu konsep matematik. Teori Piaget sesuai dengan kajian ini disebabkan artikulasinya yang jelas untuk menunjukkan perkaitan antara aktiviti konkrit yang diperlukan dalam membina perwakilan konsep yang abstrak. Terdapat empat jenis Pengabstrakan Reflektif yang Piaget (1980) telah kenalpasti berlaku; penghayatan, penyelarasan, perangkuman dan pengitlakan.

Penghayatan merupakan pembentukan proses dalaman untuk membuat pertimbangan yang sewajarnya bagi fenomena yang dilihat dan menterjemah tindakan ke atas sesuatu objek kepada satu sistem yang dihayatikan tindakannya (Piaget, 1980). Dubinsky (1991) pula menyatakan penghayatan membolehkan seseorang mengetahui apa yang berlaku akan sesuatu tindakan untuk membuat refleksi ke atas tindakan tersebut dan untuk digabungkan dengan tindakan yang lain. Penyelarasan pula mengkoordinasi dua atau lebih proses bagi pembentukan satu proses yang baru. Perangkuman melibatkan pertukaran dari proses yang dinamik kepada satu objek yakni tindakan yang diterma-kan sebagai objek bagi penyerapan (Piaget, 1985). Piaget juga telah mempertimbangkan bahawa apabila entiti matematik bergerak dari satu aras ke aras yang lain tindakan ke atas entiti tersebut bertukar menjadi objek bagi teori tersebut (Piaget, 1972). Pengitlakan pula berlaku apabila satu proses dirangkumkan kepada satu objek.

Dubinsky (1991) merujuk Pengabstrakan Reflektif sebagai pembentukan objek mental dan tindakan mental ke atas objek tersebut. Berdasarkan kepada pernyataan ini Breidenbach, Dubinsky, Hawks dan Nichols (1992) telah membangunkan satu teori untuk menterjemahkan kesukaran yang dihadapi oleh pelajar dengan konsep fungsi. Dalam teori mereka suatu tindakan ditakrifkan sebagai sebarang bentuk fizikal yang berulang atau manipulasi mental yang mentransformasikan objek (misalnya nombor, rajah geometri, set) untuk memperolehi objek. Apabila pelajar atau subjek memvisualisasi atau membayangkan tindakan yang diambil di dalam mindanya tanpa mengikut kesemua langkah-langkah yang diperlukan tindakan itu dikatakan telah dihayatikan menjadi proses. Subjek kemudiannya boleh menggunakan proses tersebut untuk memperolehi proses yang